

香港華羅庚金杯少年數學國際精英賽 2025

中國香港中二組試卷

日期：2025 年 5 月 3 日

一小時三十分鐘完卷 (14:15 pm – 15:45 pm)

比賽須知：

1. 全卷共 10 題，包括甲部填空題八題，每題 10 分；乙部解答題三題，每題 20 分，總分 140 分。
2. 參賽學生必須全部作答，乙部答案寫在答題紙上。
3. 甲部填空題無須書寫步驟及單位；乙部解答題則須寫出詳細解答過程或步驟。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器，違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生必須在本試卷和答題紙上填寫以下資料：編號、學生姓名及學校名稱。
(請依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

編號	學生姓名	學校名稱

填充題（共 8 題， 每題 10 分， 共 80 分）

1. 有 4 個帶鎖的箱子，它們各有一把鎖匙，並且鎖匙不能通用。 在每一個箱子內各放入一把鎖匙，然後把箱子全部鎖上。 如果要求任意砸開一個箱子後，可用其內的鎖匙打開另一個箱子，之後都能繼續用得到的鎖匙打開其餘的各箱子，那麼鎖匙有 _____ 種放法。
2. 一個水果店用柳橙、火龍果、水蜜桃三種水果組成百元果籃， 其中柳橙每個 3 港元，火龍果每個 4 港元，水蜜桃每個 5 港元。一個果籃中每種水果至少選 5 個，總價必須恰好是 100 港元。 則共有 _____ 種方法組成果籃。
3. 設 a ， b 為實數，使得 $x^2 - x + 1$ 為 $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 的因式，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 矩形 $ABCD$ 的邊長 $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， E 為邊 AD 上的一點， F 為線段 EC 上的一點， $FG \perp BC$ ， 垂足為 G 。 這樣 EC 與 FG 將矩形 $ABCD$ 分割成三塊（如圖 1）。已知這三塊可以拼成一個正方形（如圖 2）。 求 $EC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， 以及 $FG(CD + DE) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

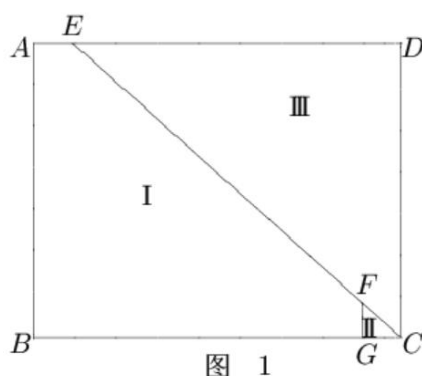


图 1

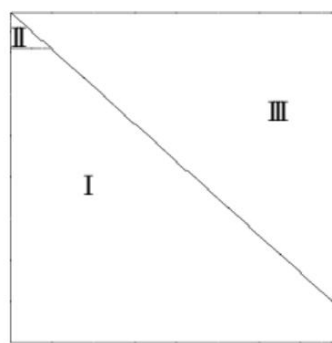
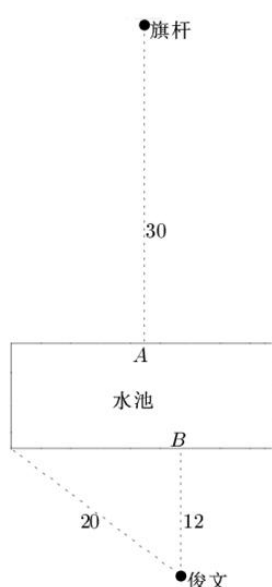


图 2

5. 俊彥經常要走上一個 14 階的樓梯，他上樓時每步走上 1 階或 2 階，則共有 _____ 種走上去的步法。（所謂“步法”是指依次走上的階數，例如第 1 步走上 1 階，第 2 至 7 步各走上 2 階，第 8 步走上 1 階，則步法為 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1。）

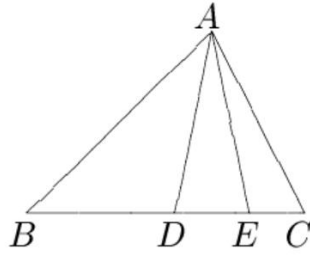
6. 設正實數 x 滿足方程 $x^2 + 5\sqrt{x^2 - 2021} - 2035 = 0$ ，則 $x =$ _____。

7. 如下圖，在一個廣場中間有一個長方形的水池，東西長度為 25 米，南北長度為 10 米。在水池的北面有一根旗杆，與水池的最近距離為 30 米，與水池東北角和西北角的距離相同。俊文站在水池的南面，與水池的最近距離為 12 米，與水池西南角的距離為 20 米。若俊文走到旗杆的位置，至少需要走 _____ 米。



8. 如圖， $\triangle ABC$ 的邊長 $AB = 14$ ， $AC = 11$ ， $BC = 15$ ， D ， E 為 BC 邊上的兩

點。已知 $AD = AE = 10$ ，則 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



解答題（共 3 題，每題 20 分，共 60 分）

1. 在一條公共汽車的行車路線中，除起始站和終點站外，中途共有 9 個停車站。一輛公共汽車從起始站開始上乘客。已知每個車站上車的乘客在之後的各個站都恰有一位乘客下車，而且途中每個乘客都有座位。這輛公共汽車最少有多少個座位？
2. 用 8 元和 5 元的郵票支付整數元的郵資，有多少種郵資是不能支付的？
3. 設 a 為實數。已知對任意實數 x, y 都有 $5x^2 + 30xy + ay^2 \geq 0$ ，求 a 的最小可能值。

全卷完