

第十屆全國“華羅庚金杯”少年數學邀請賽 決賽試題，小學組

一. 填空(每題 10 分，共 80 分)

1. 下表中每一列為同一年在不同曆法中的年號，請完成下表：

西元曆	2005	1985	1910
希伯萊曆		5746	
伊斯蘭曆			1332
印度曆	1927		

2. 計算：

① $18.3 \times 0.25 + 5.3 \div 0.4 - 7.13 = (\quad)$ ；

② $\frac{1}{2004^3 - 2003 \times (2004^2 + 2005)} = (\quad)$ 。

3. 電腦中最小的存儲單位稱為“位元”，每個“位元”有兩種狀態：0 和 1。一個位元組由 8 個“位元”組成，記為 B。常用 KB, MB 等記存儲空間的大小，其中 1KB = 1024 B, 1MB = 1024 KB。現將 240MB 的教育軟體從網上下載，已經下載了 70%。如果當前的下載速度為每秒 72KB，則下載完畢還需要 () 分鐘。(精確到分鐘)

4. a ， b 和 c 都是二位的自然數， a ， b 的個位分別是 7 與 5， c 的十位是 1。如果它們滿足等式 $ab + c = 2005$ ，則 $a + b + c = (\quad)$ 。

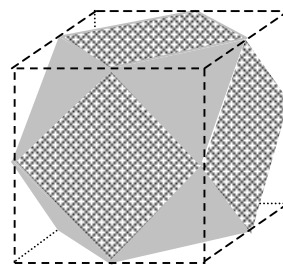


圖 1

5. 一個正方體的每個頂點都有三條稜以其為端點，沿這三條稜的三個中點，從這個正方體切下一個角，這樣一共切下八個角，則餘下部分的體積(圖 1 中的陰影部分)和正方體體積的比是()。

6. 某種長方體形的集裝箱，它的長寬高的比是 4:3:2，如果用甲等油漆噴塗它的表面，每平方米的費用是 0.9 元，如果改用乙等油漆，每平方米的費用降低為 0.4 元，一個集裝箱可以節省 6.5 元，則集裝箱總的表面積是 () 平方米，體積是 () 立方米。

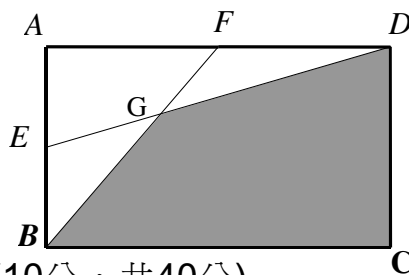
7. 一列自然數 0, 1, 2, 3, ..., 2005, ..., 2024，第一個數是 0，從第二個數開始，每一個都比它前一個大 1，最後一個是 2024。現在將這列自然數排成以下數表：

0	3	8	15	...
1	2	7	14	...
4	5	6	13	...
9	10	11	12	...
...

規定橫排為行，豎排為列，則 2005 在數表中位於第 () 行和第 () 列。

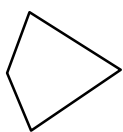
8. 圖 2 中， $ABCD$ 是長方形， E, F 分別是 AB, DA 的中點， G 是 BF 和 DE 的交點，四邊形 $BCDG$ 的面積是 40 平方釐米，那麼 $ABCD$ 的面積是 () 平方釐米。

圖 2



二. 解答下列各題，要求寫出簡要過程 (每題 10 分，共 40 分)

9. 圖 3 是由風箏形和鏢形兩種不同的磚鋪設而成。請仔細觀察這個美麗的圖案，並且回答風箏形磚的四個內角各是多少度？

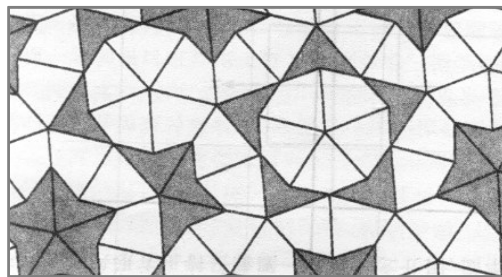


風箏形



鏢形

圖 3



10. 有 2、3、4、5、6、7、8、9、10 和 11 共 10 個自然數，
 ① 從這 10 個數中選出 7 個數，使這 7 個數中的任何 3 個數都不會兩兩互質；
 ② 說明從這 10 個數中最多可以選出多少個數，這些數兩兩互質。
11. 一個直角三角形的三條邊的長度是 3、4、5，如果分別以各邊為軸旋轉一周，得到三個立體。求這三個立體中最大的體積和最小的體積的比。
12. A 碼頭在 B 碼頭的上游，“2005 號”遙控艦模從 A 碼頭出發，在兩個碼頭之間往返航行。已知艦模在靜水中的速度是每分鐘 200 米，水流的速度是每分鐘 40 米。出發 20 分鐘後，艦模位於 A 碼頭下游 960 米處，並向 B 碼頭行駛。求 A 碼頭和 B 碼頭之間的距離。

三. 解答下列各題，要求寫出詳細過程 (每題 15 分，共 30 分)

13. 已知等式

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B},$$

其中 A, B 是非零自然數，求 $A+B$ 的最大值。

14. 兩條直線相交，四個交角中的一個銳角或一個直角稱為這兩條直線的“夾角”(見圖 4)。如果在平面上畫 L 條直線，要求它們兩兩相交，並且“夾角”只能是 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 之一，問：

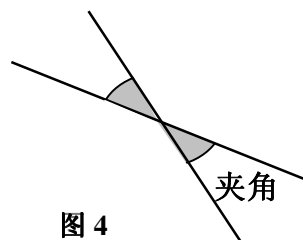


圖 4

- (1) L 的最大值是多少？
 (2) 當 L 取最大值時，問所有的“夾角”的和是多少？