

總分	
----	--

第十四屆華羅庚金杯少年數學邀請賽決賽試題 A (初一組)

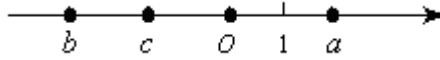
第十四屆華羅庚金杯少年數學邀請賽 決賽試題 A (初一組)

(時間: 2009 年 4 月 11 日 10:00~11:30)

一、填空(每題 10 分, 共 80 分)

1. 計算： $\left(-3\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{13} \times (-6.5) + (-2)^4 \div (-6) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 設有理數 a, b, c 在數軸上的對應點如下圖所示,



則代數式 $|b-a| + |a-c| + |c-b| = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 設 m, n 是非負整數且 $3m < 2n$, 則三個 n 次多項式之積與一個 $2m$ 次多項式之和是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次多項式.

4. 一名運動員進行爬山訓練, 從山腳出發, 上山路長 10 千米, 每小時行 3 千米; 爬到山頂後沿原路下山, 下山每小時行 5 千米, 那麼這位運動員上下山的平均速度是每小時 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.

5. 已知 a, b 是有理數. 有以下三個不等式:

- ① $|a+b| < |a-b|$,
- ② $a^2 + b^2 + |a| + |b| + 1 < 0$,
- ③ $a^2 + b^2 - 2|a| - 2|b| + 1 < 0$,

其中一定不成立的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填寫序號).

6. 若二元一次方程組

$$\begin{cases} 4x - y = 2n - 3 \\ 4x + 3y = 3m - 1 \end{cases}$$

的解 x 和 y 滿足 $-1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 4$, 則 $m+n$ 的取值範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7. 把 2006、2007、2008、2009 四個數分別填入算式

$$\square - \frac{\square \times \square}{\square}$$

的四個方框中, 則算式的最大可能值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 有些自然數不管是從前往後讀還是從後往前讀, 讀出的結果都相同, 這樣的自然數叫做“回文數”, 例如: 3, 55, 14741 等. 在大於 0 且小於 10000 的回文數中, 3 的倍數的數比 7 的倍數的數多 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個.

電子郵件

聯繫電話

參賽證號

姓名

學校

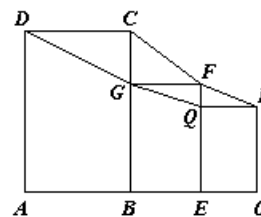
題 答 勿 請 內 線 封 密

二、解答下列各題 (每題 10 分, 共 40 分, 要求寫出簡要過程)

9. 以 $[x]$ 表示不超過 x 的最大整數, 解方程 $[2x]+[3x] = 95$.

10. 設 x, y 只能取自然數 $1, 2, 3, \dots$, 並且使等式 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$ 成立, 那麼 x 取什麼值時, y 達到最大值?

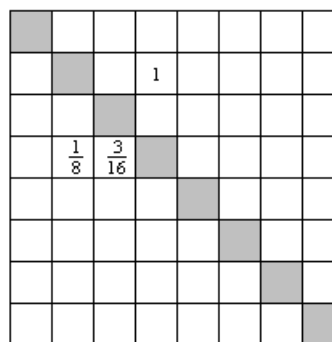
11. 長方形 $ABCD$ 、 $BEFG$ 、 $EOPQ$ 如右圖排列, 它們的長寬比都是 $3:2$, 最大長方形的面積是 17, 最小長方形的面積為 5. 問: 圖中四邊形 $CDGF$ 的面積與四邊形 $FGQP$ 的面積之和是多少?



12. 在 8×8 方格網的每個小方格內各有一個正數, 這些正數滿足:

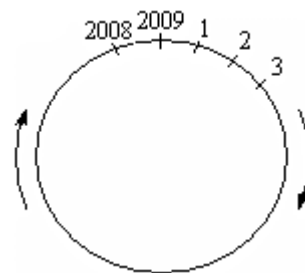
- 1) 每一行從左起第 2 個方格開始, 每個格子中的數與其左邊相鄰格子中的數之差都相同;
- 2) 每一列從上起第 2 個方格開始, 每個格子中的數都是其上面相臨格子中的數的 q 倍.

問: 在右圖示出的三個數的情形下, 主對角線上的 8 個數之和是多少?



三、解答下列各題 (每題 15 分, 共 30 分, 要求寫出詳細過程)

13. 如右圖所示, 圓周上有 2009 個點, 編號為 1 到 2009. 今從編號為 1 的點開始, 每隔 6 個點去掉一個點. 例如, 第 1 次去掉編號是 8 的點, 第 2 次去掉編號是 15 的點. 求第 500 次去掉的點的編號.



14. 右圖中, 平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 1, E 、 F 分別是 AB 、 CD 上的點, AF 與 DE 交於 G . 已知 $\frac{DF}{FC} = \frac{b}{a}$, $\frac{AE}{EB} = \frac{d}{c}$, 問: 三角形 AEG 的面積是多少?

