

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、**填空题** (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

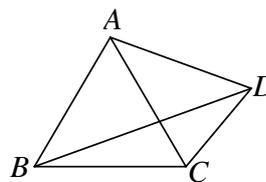
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

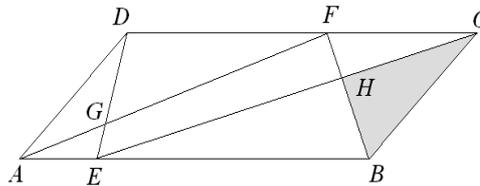
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

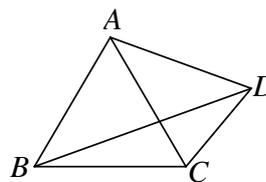
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

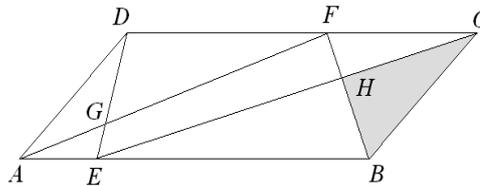
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

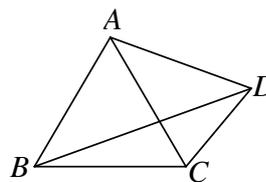
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

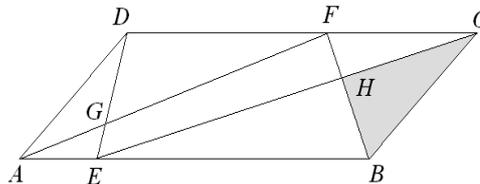
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題 (每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程)

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

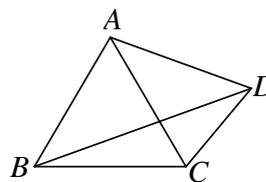
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

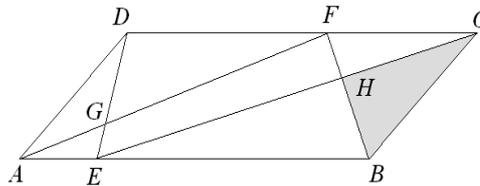
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

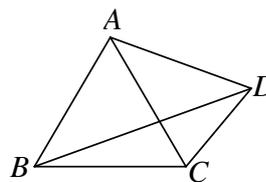
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

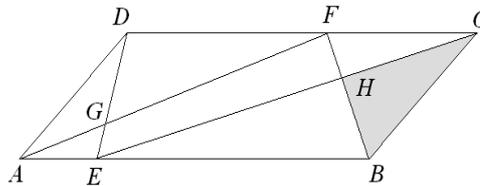
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、**填空题** (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

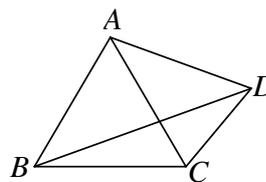
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

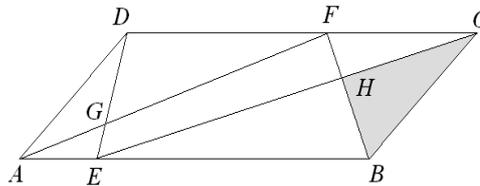
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題 (每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程)

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

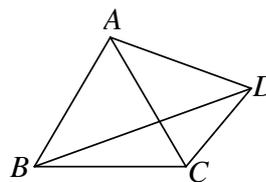
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

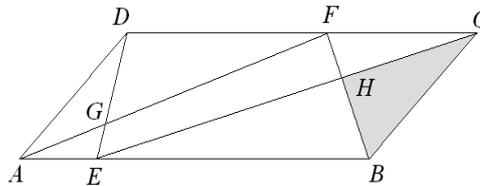
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

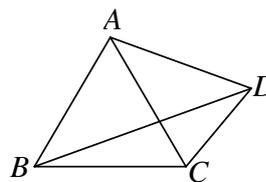
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

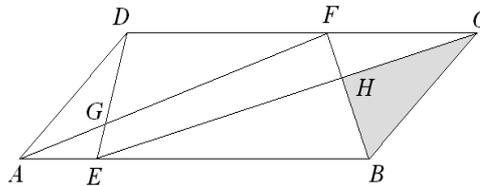
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

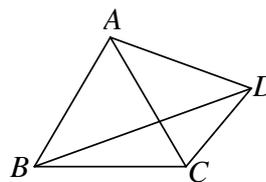
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

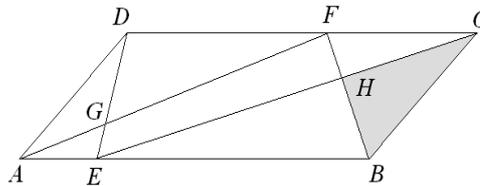
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？

第十七屆全國華羅庚金杯少年數學邀請賽(香港賽區)

中 一 組

2012 年 4 月 21 日 10:00-11:45

比賽須知

1. 全卷共 18 道試題，參賽學生必須全部作答。如果答案為分數，必須約至最簡。
2. 填充題無須書寫步驟，只須填寫答案；簡答題，求寫出簡單過程；解答題，要求寫出詳細過程。
3. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮等。但不准使用計算器，違規者將被取消資格。
4. 請參賽學生在答題紙上填寫：參賽編號、參賽者姓名以及所在學校。

一、填空题 (每小題 10 分，共 120 分)

1. 計算：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2011}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 若 $M \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right) = 2012$ ， M 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

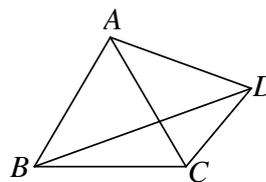
3. 已知 2012 個數的平均數為 2012，若把數字 2012 加入該 2012 個數中，則 2013 個數的平均數是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在平面上，兩條直線最多有 1 個相交點，三條直線最多有 3 個相交點，則 2012 條直線最多有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個相交點。

5. 計算：
$$\frac{(-2)^4 \times (-1)^3 - |-10| \div \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]}{-2^2 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left[1 - 3^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 一串有規律排列的數，從第二項起每一項都等於 1 加前一項的倒數之和。當第五項是 0 時，第一項是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 如圖， $AB=BC=CA=AD$ ，則 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 已知 $a = b + 2c$ ， $b = 3c$ ， $c = 7b - a - 20$ ，那麼 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 使 $n^3 + 3$ 与 $n - 4$ 不互質的大於 4 的最小整數 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 一個學校選出 5 個年級共 8 個班，從每個班至少選出一名學生，則在這些選出的學生中，至少有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名學生，他們的同班同學比他們的同年級同學少。

11. 某個水池存有的水量是其容量的 $\frac{1}{18}$ 。兩台抽水機同時向水池注水，當水池的水量達到 $\frac{2}{9}$ 時，第一台抽水機開始單獨向水池注水，用時 81 分鐘，所注入的水量等於第二台抽水機已注入水池內的水量。然後第二台抽水機單獨向水池注水 49 分鐘，此時，兩台抽水機注入水池的總水量相同。之後，兩台抽水機都繼續向水池注水。那麼兩台抽水機還需要一起注水_____分鐘，方能將水池注滿水。
12. 有 16 位選手參加象棋晉級賽。每兩人都只賽一盤。每盤勝者積 1 分，敗者積 0 分。如果和棋，每人各積 0.5 分。比賽全部結束後，積分不少於 10 分者可以晉級。則本次比賽最多有_____名晉級者。

二、解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

13. 解方程組

$$\begin{cases} |x+3y|+|5x-y+2|=5, \\ 2x+y=1. \end{cases}$$

14. 從 2000 年到 2099 年，有沒有哪些年份可以表示成 $3^m - 3^n$ 的形式，其中 m, n 均為正整數？如果有，請列舉出來；如果沒有，請說明理由。
15. 設 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數。求方程

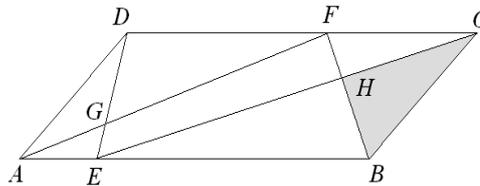
$$x \times \left[\frac{11}{x} \right] = 12$$

的解答個數及所有解 x 。

16. 請你列出所有具有 $\frac{c}{a} = \frac{cbb \cdots bbb}{bb \cdots bba}$ 特性的真分數 $\frac{c}{a}$ ，其中 a, b, c 為數字，分子與分母中 b 的數目相等。例如分數 $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} = \frac{166}{664} = \frac{166 \cdots 66}{66 \cdots 664}$ 。要求寫出計算過程。

三、解答下列各題 (每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程)

17. 右圖中， $ABCD$ 是平行四邊形，面積是 1， F 為 DC 邊上一點， E 為 AB 上一點，連接 AF ， BF ， DE ， CE ， AF 交 DE 於 G ， EC 交 FB 於 H 。已知， $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ ，陰影三角形 BHC 的面積是 $\frac{1}{8}$ ，求三角形 ADG 的面積。



18. 平面上有從 1 到 n 編了號的 n 個點，每個點與另外 k 個點連有直線段，若一個點連的 k 條直線段的另外 k 個端點的編號中有多於一半的編號小於它自身的編號，這個點就稱為“好點”。若恰有 5 個好點。問： n 的最小值是多少？