

華羅庚金杯少年數學邀請賽

2018 年香港賽區決賽

中一組試卷

日期：2018 年 3 月 10 日

一小時三十分鐘完卷 (上午 10:00 至上午 11:30)

比賽須知：

1. 全卷共 14 題，滿分 150 分。包括填空題 8 道，每題 10 分；簡答題 4 道，每題 10 分；詳答題 2 道，每題 15 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題無需書寫步驟，只須填寫答案；簡答題要求寫出簡要過程；詳答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有題目，答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試題和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名、及學校名稱。
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

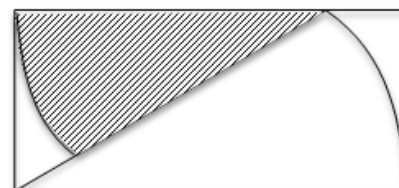
本試卷共設 14 題，全部試題均須作答，所有答案寫在答題紙上。

一、 填空题（每小題 10 分，共 80 分）

1. $-3.875 \times (0.775 - 10.\dot{3}) \div \frac{31}{8} \times \frac{8}{31} =$ ()。

2. 已知 $x^2 + y^2 + 4 = 2x + xy + 2y$ ，那麼 $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ 的值是 ()。

3. 長方形的長和寬分別是 20 厘米和 10 厘米，如右圖所示，有兩個扇形，那麼陰影部分的扇形的面積是 () 平方厘米。（ π 取 3.14）



4. 網上書店的會員可以享受原價 8 折的會員價，寒假時促銷活動又給每位會員贈送了每滿 100 元減 50 元的優惠券，優惠券可以單獨使用也可以和會員價疊加使用。大明在買書時發現，單獨使用優惠券竟然比和會員價疊加使用優惠券更划算，節省了 9 元，那麼他購買的書原價是 () 元。

5. 一個口袋裡有三種球，分別標有數字 2，5 和 7。小王從中摸出 15 個球，它們的數字之和是 63。則小王最多摸出 () 個標有數字 2 的球。

6. 已知正方形 ABCD 與正方形 CEFG 的面積分別為 2018 和 1984，B 在 EF 上，則三角形 ABE 的面積是 ()。

7. 整數 a, b, c 為三角形的三邊，且滿足 $a > b > c, a + c = 2b, a^2 + b^2 + c^2 = 1947$ ；則 $b =$ ()。

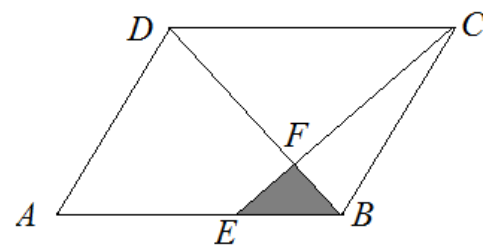
8. 設 a, b, c 是從 1 到 9 的互不相同的正整數， $\frac{a+b+c}{abc}$ 的最大值是 ()。

(\overline{abc} 為三位數， a, b, c 分別為百位數，十位數和個位數。)

二、 解答下列各題（每題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

9. 有兩個盒子 A、B 中分別裝著不同數量的兩種小球，兩盒子小球的總重量是一樣的。同時從 A、B 盒子中拿出一個小球，放入 C 盒子中，記為一次操作。C 盒子開始為空，經過 50 次操作後，其中小球的總重量與 B 盒子一樣。又經過 25 次操作，C 盒子小球的總重量與 A 盒子一樣。繼續操作直到 A、B 盒子中有一個為空時停止操作，A、B 盒子中剩餘的小球總重量為 48 克，那麼此時 C 盒子中的小球總重量為多少克？
10. 從 30 個整數 $1, 2, 3, \dots, 30$ 中選出一些數，使得其中任意兩個整數，它們的和不是它們差(大減小)的 3 倍的倍數，至多可以選出多少個整數？
11. 一個四位數，分成 2 個兩位數，1 個是千位和百位，另一個是十位和個位，這兩個二位數的乘積的 2 倍等於原四位數，這個四位數是多少？

12. 右圖中，ABCD 是平行四邊形， $AE=2EB$ ，三角形 EBF 的面積是 1，則平行四邊形 ABCD 的面積 = ()。



三、 解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

13. 某工廠每天用於生產甲產品和乙產品的全部勞動力為 90 個工時，原料為 80 個單位。生產甲產品需要 2 個工時和 4 個單位的原料，生產乙產品需要 3 個工時和 1 個單位的原料。則每天生產甲、乙產品的總數最多是多少？
14. 已知由小到大的 10 個正整數 a_1, a_2, \dots, a_{10} 的和是 2018，那麼 a_5 的最大值是多少？此時 a_{10} 的值為多少？

-- 全卷完 --