

2021“华数之星”青少年数学大会复评

(三级组)

(2021年3月13日 10:00-11:30)

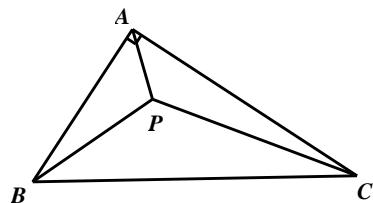
题号	1	2	3	4	5	6	7	总成绩
得分								
评阅人								

一、填空题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

1. 对于一个大于 9 的自然数, 将其个位数字记为 y , 划掉个位数字后得到一个比原来少一位的数, 记为 x , 这样拆分后, 计算 $x-2y$ 的值作为新的数. 对这个新数继续按照上面的办法进行拆分, 然后作同样的计算又得一个新数. 重复这样的做法, 直到某一步得到新的自然数 n 不大于 9, 或者继续拆分会出现 $x < 2y$, 就停止拆分不再计算新数. 那么停止时数 n 会有 _____ 种可能. 如果开始给出的自然数是 7 的倍数, 那么停止时数 n 会有 _____ 种可能.

2. 使 $\frac{3n+2}{5n+1}$ 不为最简分数的所有可能的三位数 n 之和是 _____.

3. 如图, P 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内一点, 其中 $\angle BAC = 90^\circ$, 并且 $PA = 3, PB = 7, PC = 9$, 则 BC 的最大值为 _____.



二、解答题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

4. 一条匀速流动的河流, 甲、乙两码头均在河边, 相距 315 千米. A 船和 B 船分别从甲、乙码头同时相向出发, 保持匀速, 3 小时后相遇. 在相遇后两船继续前进, 到达对方的码头后立刻返回并在途中第二次相遇. 两次相遇间隔 6 小时. 已知 A、B 两船的静水速度比为 4:3, 请说明哪个码头在上游, 并计算 A 船走的总路程.

5. 解方程组
$$\begin{cases} \frac{1}{1+x} = y \\ \frac{1}{1+y} = z \\ \frac{1}{1+z} = x \end{cases}$$

6. 设多项式 $f(x) = x^2 + ax + b$ 满足 $f(x) | f(x^2)$ 及 $f(0) < 0$, 求 $f(10)$.

三、附加题(共一题, 10分)

7. 将任意三个正整数 a 、 b 、 n 依次输入到程序中, 程序将按照以下步骤执行:

步骤 1: 令 c 的值等于 $a + b$;

步骤 2: 令 a 的值等于 b ;

步骤 3: 令 b 的值等于 c ;

步骤 4: 将 n 的值减去 1, 若 n 等于 0, 则输出 b 并结束整个程序, 否则跳转至步骤 1.

现在向程序依次输入三个正整数 1、1、5, 请问程序输出 b 的值是_____.