

2021“华数之星”青少年数学大会复评

(四级组)

(2021年3月13日 10:00-11:30)

题号	1	2	3	4	5	6	7	总成绩
得分								
评阅人								

一、填空题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

1. 已知 m 为正有理数且非整数, n 为正整数, 满足 $n = 13m - \frac{31}{m}$. 则 $n =$ _____.
2. 设正实数 x 满足 $\sqrt[3]{25x + 2021} - \sqrt[3]{25x + 122} = 3$, 则 $x =$ _____.
3. 设非负实数 a, b 满足 $a^3 + b^3 + 9ab = 27$. 则 $a + b =$ _____.

二、解答题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

4. 小明用 4 个数 a, b, c, d 做加法练习, 算出的得数是

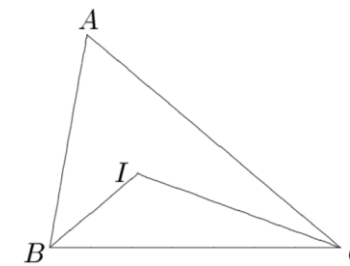
$$a + b = 9 \quad a + c = 32 \quad a + d = 38$$

$$b + c = 37 \quad b + d = 41 \quad c + d = 44$$

请证明其中至少有一个得数是错的.

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, I 为内心.

求证 $CI = AB$.



三、附加题(共一题, 10分)

7. 将任意三个正整数 a 、 b 、 n 依次输入到程序中, 程序将按照以下步骤执行:

步骤 1: 令 c 的值等于 $a + b$;

步骤 2: 令 a 的值等于 b ;

步骤 3: 令 b 的值等于 c ;

步骤 4: 将 n 的值减去 1, 若 n 等于 0, 则输出 b 并结束整个程序, 否则跳转至步骤 1.

现在向程序依次输入三个正整数 1、1、5, 请问程序输出 b 的值是_____.

6. 解方程 $2022^x = y^2 + 5z^2 + 1$, 其中 x, y, z 为正整数.