

2021“华数之星”青少年数学大会复评

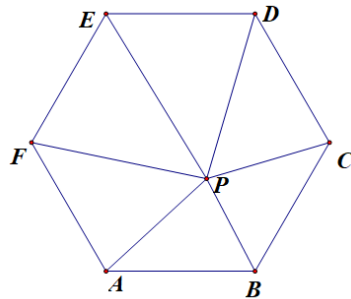
(三级组)

(2021年4月10日 10:00-11:30)

题号	1	2	3	4	5	6	7	总成绩
得分								
评阅人								

一、填空题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

1. 对自然数 n , 若存在 2 个小于 n 的非 0 自然数 $x < y$, 使得 $n+x$ 和 $n+y$ 都是平方数, 那么就称 n 是“好数”. 若 A 是使得任意大于 A 的自然数都是“好数”的最小自然数, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内有一点 P , 使得 $S_{\triangle AFP} = 2S_{\triangle BCP}$, $S_{\triangle AFP} = 2 + S_{\triangle ABP}$, 求 $S_{\triangle DEP} = \underline{\hspace{2cm}}$.



3. 多项式 $f(x) = x^4 - ax^2 + 3(2-b)x + c + 1$, 其中 a, b, c 是正整数. 设方程 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的两个根也是方程 $f(x) = 0$ 的根, 则方程 $f(x) = 0$ 的另外两个根为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$. (注: 若两根有大小, 先填小的后填大的; 若两根相同, 重复填两次)

二、解答题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

4. 设 a 为实数. 证明 $a^8 - a^2 + 1 > 0$.

5. 某实验室经常需要购买 A, B, C 三种元件, 元件的价格都是整数元. 某次购买 A 元件 2 个, B 元件 5 个, C 元件 13 个, 共用了 173 元; 另一次购买 A 元件 5 个, B 元件 13 个, C 元件 35 个, 共用了 462 元. 求三种元件的价格.

6. 设正整数 a, b, c 满足 $a^3 = (8c - 48)^2$, $b^3 = (27c - 55)^2$ 及 $c > 2$. 求 c .

三、附加题(共一题, 10分)

7. 将任意一个大于 0 的整数 n 输入到程序中, 程序将按照以下步骤执行:

步骤 1: 令 p 的值等于 0;

步骤 2: 当 n 等于 0 时, 跳转至步骤 3, 否则令 b 的值等于 n 除以 10 的余数, 将 p 的值加上 b , 令 n 等于 $(n-b) \div 10$, 重复执行步骤 2;

步骤 3: 令 q 的值等于 p 除以 9 的余数, 依次输出 p 和 q , 结束整个程序;

现在向程序输入整数 3527594, 请问程序输出 p 的值是_____, q 的值是_____.