

2021“华数之星”青少年数学大会复评

(四级组)

(2021年4月10日 10:00-11:30)

题号	1	2	3	4	5	6	7	总成绩
得分								
评阅人								

一、填空题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

1. 求两个正整数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$, 使得 $(2021^2 + 1)(m^2 + 1) = n^2 + 1$.
2. 设三个实数 x, y, z 满足 $xy = 3$, $yz = 5$, $zx = 7$,
求 $105(x^2 + y^2 + z^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知 x 是一个大于 15 的整数, 使得 $x^3 + 2x^2 + 89x - 1848$ 是一个整数的立方. 求 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

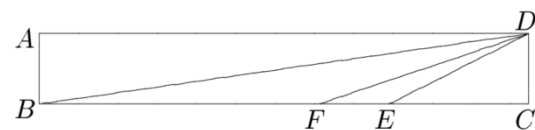
5. 将 x, y, z 的多项式 $x(y^3 - z^3) + y(z^3 - x^3) + z(x^3 - y^3)$ 分解因式.

二、解答题(共三题, 每题 25 分, 共 75 分)

4. 设 a_1, a_2, a_3, \dots 为一个等差数列. 已知对两个整数 $i > j > 1$ 有 $a_i = a, a_j = b$. 求该数列的通项公式 (即用 i, j, a, b, n 表达 a_n).

6. 如图, 长方形 $ABCD$ 的边长 $BC = 7AB$, E, F 为 BC 边上的点, $EC = 2AB$, $FC = 3AB$.

证明 $\angle DBC + \angle DFC = \angle DEC$.



三、附加题(共一题, 10分)

7. 将任意一个大于 0 的整数 n 输入到程序中, 程序将按照以下步骤执行:

步骤 1: 令 p 的值等于 0;

步骤 2: 当 n 等于 0 时, 跳转至步骤 3, 否则令 b 的值等于 n 除以 10 的余数, 将 p 的值加上 b , 令 n 等于 $(n-b) \div 10$, 重复执行步骤 2;

步骤 3: 令 q 的值等于 p 除以 9 的余数, 依次输出 p 和 q , 结束整个程序;

现在向程序输入整数 3527594, 请问程序输出 p 的值是_____, q 的值是

_____.