小中组科普测评题解答与评分标准

1. 在 0 时到 12 时之间秒针与分针共有多少次成 45° 的角?

解. 在 12 小时内，分针走了 12 圈，秒针走了 $60\times12=720$ 圈。每小时分针走一圈，秒针走 60 圈，秒针与分针共有 $59\times2=118$ 次成 45° 角。12 小时，共有 $118\times12=1416$ 次构成 45° 夹角。

答案. 1416 次。

评分标准. 计算分针与秒针走的圈数 5 分; 计算判断每小时形成 45° 角的次数 10 分; 最终得到正确答案 10 分。中间过程的计算错误视具体情况扣分。

2. 一艘轮船顺流 80 千米，逆流 48 千米共用 9 小时；顺流 64 千米、逆流 96 千米共用 12 小时。求轮船的静水速度。

解. 9 和 12 的最小公倍数是 36。若第一次航行的顺流和逆流的路程度扩大 4 倍，即顺流 320 千米，逆流 192 千米，所用时间为 36 小时；同样，第二次航行顺流和逆流的路程扩大 3 倍，即顺流 192 千米，逆流 228 千米，所用时间也是 36 小时。第一次顺流多航行 320-192=128（千米），逆流则少航行 288-192=96（千米）。所以，顺流航行 128 千米的时间与逆流航行 96 千米的时间相同，因此，顺流的速度是逆流速度的 $\frac{128}{96}=\frac{4}{3}$ 倍。

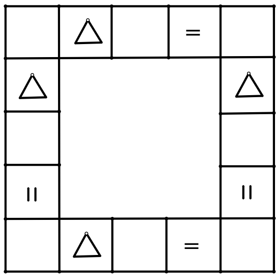
第一次航行若全是顺流，轮船将多航行 $48(\frac{4}{3}-1)=16$ 千米，共航行 80+48+16=144 千米。所以，顺流速度为 144/9=16 千米/小时。若第一次航行全是逆流，则轮船将少航行 $80(1-\frac{3}{4})=20$ 千米。

所以，逆流速度为（80-20+48）/9=108/9=12 千米/小时。由此得到，船速=$\frac{16+12}{2}=14$ 千米/小时。

答案. 14 千米/小时。

评分标准. 分析并速度关系 10 分; 计算并给出不同情形的航行距离 10 分; 最终得到正确答案 5 分。中间过程的计算错误视具体情况扣分。

3. 把“+”、“-”、“×”、“÷”四个运算符号分别填入图中的四个“Δ”处，把“1，2，3，4，5，6，7，8”分别填入图中的八个空格中，使得四边组成的四个算式都成立，问有多少种填的方法？



解. 因为算式中有乘、除算式，先考虑乘除算式的情况。

因为八个数分别填入空格中，算式中各个数都不相等。考虑“1，2，3，4，5，6，7，8”八个数中，能够表示成为另外两个不同数的乘积的数只有 8 和 6.

$8=2\times4$ 或 $8=4\times2$ ，$6=2\times3$ 或 $6=3\times2$ 。

观察发现，8 或者 6 表示成另外两个不同数的乘积时，乘数中都有 2 出现。这说明 2 一定出现在乘法算式与除法算式中。因此，乘除算式一定在相邻两边上。在乘法算式中 2 不能为积数，只能是一个乘数。在除法算式中 2 不能为被除数，只能是除数。因此，2 不会出现在图中的左上角与右下角的空格中。2 只能出现在左下角与右上角的空格中。并且，前面一个是除式，后面一个是乘式。对应的式子为 $8\div4=2,2\times3=6$ 或 $6\div3=2,2\times4=8$ 。

剩下的 3 个数为 1，5，7。对于乘、除式为 $8\div4=2,2\times3=6$ 时，减数比加数大 2，只有 8-7=1,1+5=6 可以。对于乘、除式为 $6\div3=2,2\times4=8$ 时，加数比减数大 2，只有 6-5=1,1+7=8 可以。因此只有四种情况。

答案. 共有 4 种。

评分标准. 初步分析 5 分; 判断 2 的位置 10 分; 进一步的推断 5 分; 最终得到正确答案 5 分。答案不完整或有错视具体情况扣分。

4. 如图，已知一个小三角形的面积为1，那么图中所有三角形的面积的和为多少？

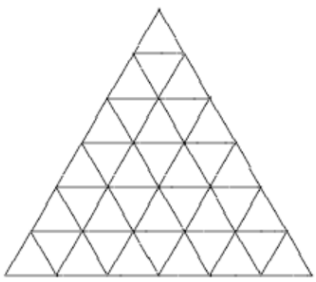


图 2.1

解. 图中类型 a 的三角形（如图 2.2）个数为：

$$1+3+5+7+9+11=36$$

其面积为1；类型 b 三角形（如图 2.3）有正立和倒立两种状态，个数为：

$$(1+2+3+4+5)+(1+2+3)=21$$

其面积为$1+3=4$；类型 c 三角形（如图 2.4）有正立和倒立两种状态，个数为：

$$(1+2+3+4)+1=11$$

其面积为$1+3+5=9$；类型d的三角形（如图 2.5）个数为：

$$1+2+3=6$$

其面积为$1+3+5+7=16$；类型e三角形（如图 2.6）个数为：

$$1+2=3$$

其面积为$1+3+5+7+9=25$；还有1个类型f三角形（如图 2.7），其面积为$1+3+5+7+9+11=36$。

因此，所有三角形的面积的和为:

$$36\times1+21\times4+11\times9+6\times16+3\times25+1\times36=426$$

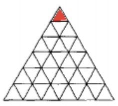


图 2.2


图 2.3


图 2.4

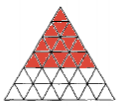


图 2.5

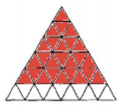


图 2.6

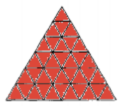


图 2.7

答案. 所有三角形的面积的和为 426。

评分标准. 正确理解题意 5 分; 合理分类 5 分; 对各类三角形分别计算 10 分; 最终得到正确答案 5 分。中间过程的计算错误视具体情况扣分。

5. 能否把1,1,2,2,3,3,……,11,11这些数排成一行，使得两个1之间夹着一个数，两个2之间夹着两个数，……，两个11之间夹着 11 个数，请说明理由.

解. 可以，理由如下。

有（1，1）、（2，2）、（3，3）……（11，11）共 11 对数排成一行，假设存 在符合题意的排列，依次编号为 1 ～22 号。其中有 11 个偶数号和 11 个奇数号，5 对偶数和 6 对奇数. 5 对偶数占用 5 个偶数位和 5 个奇数位， 余下 6 个偶数位和 6 个奇数位刚好可排完余下的 6 对奇数， 从而满足要求。

一种具体排列为： 2342,11,3,10,495817165,11,10,9876

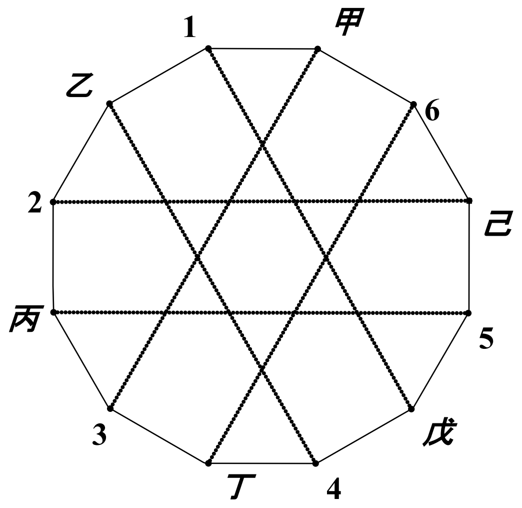
(先从最后排 6, 7, 8，9, 10, 11，则另外的 6, 7, 8, 9, 10, 11 即排好了，再将剩下的 5 对放进去。)

评分标准. 给出肯定的回答 5 分; 初步分析 5 分; 给出关键的构造方法 10 分; 给出具体排列 5 分。中间过程的计算错误视具体情况扣分。

6. 六位同学掷骰子，每次掷骰子的结果得到点数为 1，2，3，4，5，6 中的一个。如果每个点数至少被 3 个同学的掷出过，问能否保证有两个同学共同掷出了所有的点数？如果可以，请说明理由。如果不可以，请给出一个例子。

解. 答案是否定的，下面给出一个可能出现的反例。

记 6 位同学分别为甲乙丙丁戊己，点数分别为 1，2，3，4，5，6.则右图中每个点数被 3 个人掷出过，每个人掷出 3 种点数，其它结果可以重复。任意两个人有一个共同的点数。因此不存在两个同学掷出的结果中包含所有的点数。



评分标准. 给出否定的回答 5 分；初步分析 5 分；给出反例 15 分。