

善德基金會 2021 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽（決賽）

小高組試卷

日期：2021 年 5 月 15 日

一小時三十分鐘完卷（上午 10:00 至上午 11:30）

比賽須知：

1. 全卷共 7 題，包括填空題 3 道，每題 25 分；解答題 3 道，每題 25 分；附加題 1 道 10 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題及附加題無需書寫步驟，只須填寫答案；解答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試卷和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名及學校名稱。
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

座位編號	學生姓名	學校名稱

填空题(共三題，每題 25 分，共 75 分)

1. 如果一個正整數不等於某個整數的平方，則稱為“非平方數”。將所有非平方數按從小到大的次序排列，則第 2021 個非平方數是_____。
2. 如圖 1 所示，在任意四邊形 $ABCD$ 中， E, F 為 AD 的三等分點， G, H 為 BC 的三等分點； AH 分別交 BF, DG 於 P, N 兩點； CE 分別交 BF, DG 於 M, Q 兩點。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 180，四邊形 $MPNQ$ 的面積為 10，則陰影部分的面積為_____。

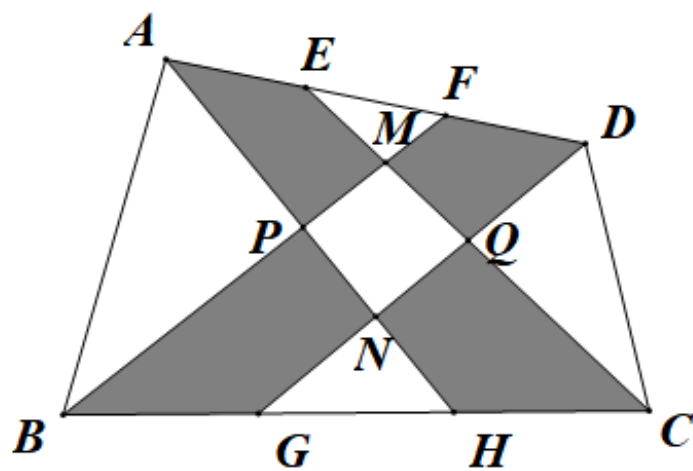


圖 1

3. 小朋友稼軒與爸爸爬大嶼山登木魚峰，邊爬邊數石級。爬到 A 位置，爸爸說已經爬過了石級總數的 $\frac{1}{8}$ 。又爬過了若干個石級到達 B 位置，爸爸說已經爬過了石級總數的 $\frac{1}{6}$ 。到達 C 位置時，爸爸說已經爬過了石級總數的 $\frac{1}{4}$ 。到達 D 位置時，爸爸說已經爬過了石級總數的 $\frac{1}{3}$ 。聰明細心的稼軒發現，從起點到 A 位置的石級個數，以及 A 到 B ， B 到 C 的石級個數，乃至從起點到 D 位置的石級個數，四個數全都是數碼重複的兩位數(即個位和十位數字相同的兩位數)，於是稼軒很快算出從木魚山腳到山頂的石級總數為_____。

解答題(共三題，每題 25 分，共 75 分)

4. 計算

$$1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 + 7^2 - 8^2 + 9^2 - 10^2 - 11^2 + 12^2 - 13^2 + 14^2 + 15^2 - 16^2 + \dots + 2017^2 - 2018^2 - 2019^2 + 2020^2 =$$

5. 大於 3 的正整數 n 可以寫成三個非 0 的正整數之和， $n = a + b + c$ 。按照 a, b, c 的排列次序，三個加數不完全相同的相加方法，就認為是不同的加法。例如： $4=1+1+2$ ， $4=1+2+1$ 就是 2 種的不同的相加方法。若正整數 n 有 105 種相加方法，請問 n 是多少？

6. 從 1, 3, 5, 7, 9 中任取四個不同數碼，組成第一個四位數；將第一個四位數的數碼倒序排列，得到第二個四位數；將第一個與第二個四位數中較大者減去較小者，得到第三個四位數；將第三個四位數的數碼倒序排列，得到第四個四位數。若將第三個與第四個四位數相加，它們的和是否為固定值？如果是，請計算出固定值；如果不是，請說明理由。

附加題(共一題，10分)

7. 將任意兩個正整數 m 和 n 依次輸入到程式中，程式將按照以下步驟執行：

步驟 1：令 p 的值等於 0；

步驟 2：當 n 等於 0 時，跳轉至步驟 3；否則，將 p 的值加上 m ，將 n 的值減去 1，重新執行步驟 2；

步驟 3：輸出 p ，結束整個程式。

現在將整數 14 和 6 依次輸入到程式中，程式輸出 p 的值是_____。

全卷完