

善德基金會 2021 年香港華羅庚金杯少年數學邀請賽（決賽）

中一組試卷

日期：2021 年 5 月 15 日

一小時三十分鐘完卷（上午 10:00 至上午 11:30）

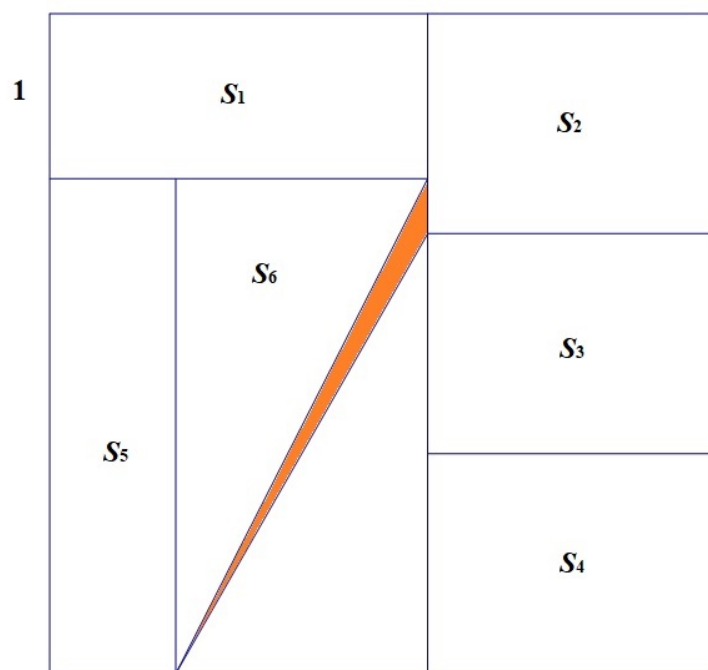
比賽須知：

1. 全卷共 7 題，包括填空題 3 道，每題 25 分；解答題 3 道，每題 25 分；附加題 1 道 10 分。
2. 參賽學生必須全部作答，所有答案寫在答題紙上。
3. 填空題及附加題無需書寫步驟，只須填寫答案；解答題要求寫出詳細過程。
4. 比賽時使用自備文具，例如鉛筆、原子筆及橡皮擦膠等。不准使用計算器。違規者將被取消比賽資格。
5. 完卷後收回所有試題、答題紙及草稿紙。
6. 參賽學生在本試卷和答題紙上填寫以下資料：座位編號、學生姓名及學校名稱。  
(可依照參賽資格確認信列印的資料填寫)

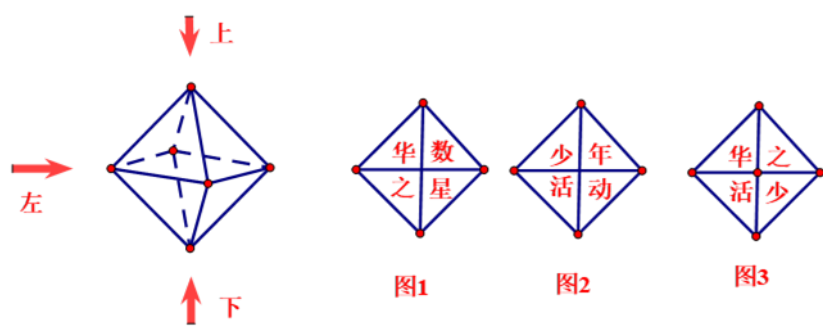
座位編號	學生姓名	學校名稱

填空题(共三題，每題 25 分，共 75 分)

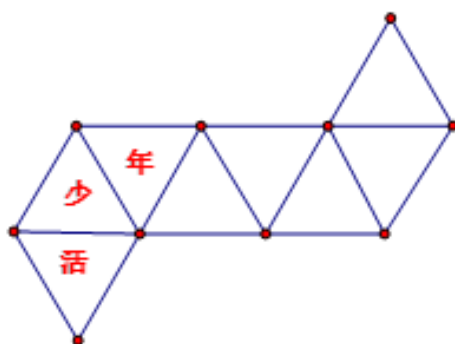
- 甲從 A 地出發向正東方行走，速度為 4 千米/小時；與此同時，乙從 A 地正西方 2 千米的 B 地騎車追甲，速度為 8 千米/小時；一隻狗也和乙同時出發追甲，速度為 10 千米/小時；狗追上甲後立刻掉頭向乙奔跑，遇到乙之後再立即掉頭追甲，……，直到乙追上甲為止。請問，在此期間狗向東奔跑的總時間是\_\_\_\_\_分鐘。
- 如下圖，一個正方形被分成若干個部分，其中  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  及  $S_6$  的面積彼此相等， $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  都是矩形， $S_6$  是三角形， $S_1$  的一條邊長度為 1。那麼  $S_6$  面積是圖中陰影部分的面積的\_\_\_\_\_倍。



- 有同學設計了正八面體的華數之星折紙藝術品。從上向下看，是圖 1“華數之星”4 個字；從下向上看，是圖 2“少年活動”4 個字；從左往右看，是圖 3“華之活少”4 個字（字的方向可能與圖中有所不同）。



下圖是正八面體的展開圖，請在展開圖中相應的位置寫上正確的漢字，五個字從左到右，最後是上面，依次為\_\_\_\_，\_\_\_\_，\_\_\_\_，\_\_\_\_，\_\_\_\_。



解答題(共三題，每題 25 分，共 75 分)

4. 設  $P(x) = ax^2 + bx + c$ ，並且當  $k = 2, 3, 4$  時，都有  $P(k) = \frac{1}{k}$ ，求  $a + b + c$ 。
5. 已知正整數  $m, n$  滿足  $m > n$ ，證明以三個數  $m^2 - n^2$ ， $2mn - n^2$ ， $m^2 - mn + n^2$  為邊長可以構成一個三角形。如果這樣一個三角形是等腰三角形，求它的頂角的度數。
6. 任給 10 個相鄰的正整數，設最前 4 個的乘積為  $A$ ，最後 4 個的乘積為  $B$ ，中間兩個的和為  $C$ 。  
證明  $B - A$  是  $C$  的倍數。

附加題(共一題，10分)

7. 將任意一個四位正整數  $n$  輸入到程式中，程式將按照以下步驟執行：

步驟 1：令  $m$  的值等於  $n$  除以 100 的商；

步驟 2：將  $n$  的值減去  $m$  的 100 倍；

步驟 3：輸出  $m$  和  $n$ ，結束程式。

現在將正整數 1009 輸入到程式中，請問程式輸出  $m$  的值是\_\_\_\_\_， $n$  的值是\_\_\_\_\_。

全卷完